

每周工作汇报

姓名	侯宇轩	开始日期	2019.3.12	结束日期	2019.3.17
----	-----	------	-----------	------	-----------

1. 本周任务与计划

1.1 研究任务

阅读蔡老师布置的论文：PDE-Net: Learning PDEs from Data，学习其中的方法，思考如何用其对 level-set 进行改进。

2. 本周工作概要

2.1 当前的进展

本周工作

目标：使用 PDE-net 将 Level set 分割正圆的过程学习出来

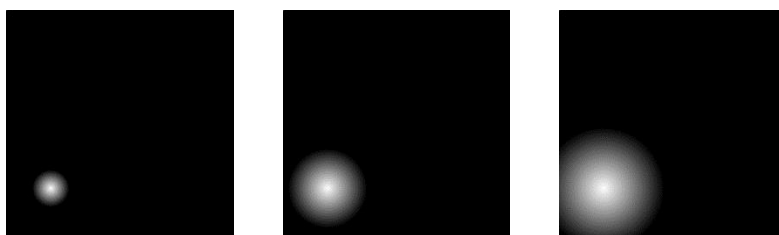
将训练所用数据修改成为 signed distance function （以分割一个圆为例。函数即为距圆心的长度/圆的半径）

$$V = \frac{r_c - \sqrt{(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2}}{r_c}$$

可以选择是否除以 r_c （是否归一化处理），不归一化的好处是随曲线扩张区域内点的速度增加，不容易陷入极值，归一化的好处是数值较为稳定。

这样可以保证圆周上的 speed=0（水平集扩散到圆周上即停止）圆内 speed 为正（向外），圆外 speed 为负（向内）。

将 signed distance function 的范围从圆内扩张到圆外



0 iters

50 iters

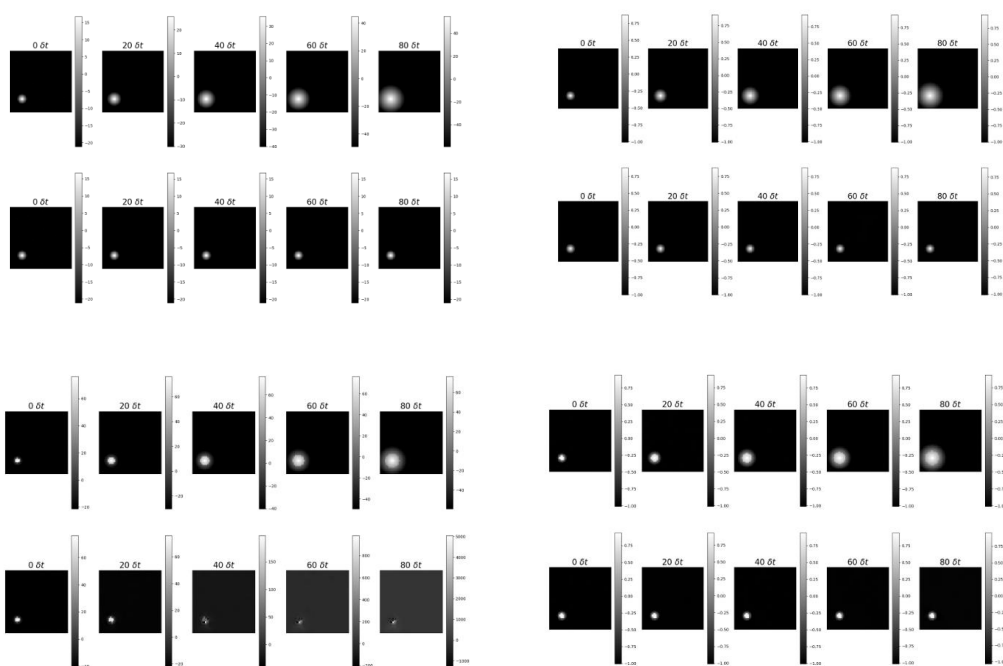
100 iters

上方的 xx iters 指的是 level set 的迭代步数，上方图片是对应步数生成的训练数据，最终将 150 步的训练数据输入 PDE-net 网络。

对不同参数进行了如下测试：

输入到 PDE-net 中的训练结果如下：

预测结果：（每一小部分，上面一行为正确结果，下面一行为预测）



左上：每一步以当前半径重新计算 distance function 不进行归一化

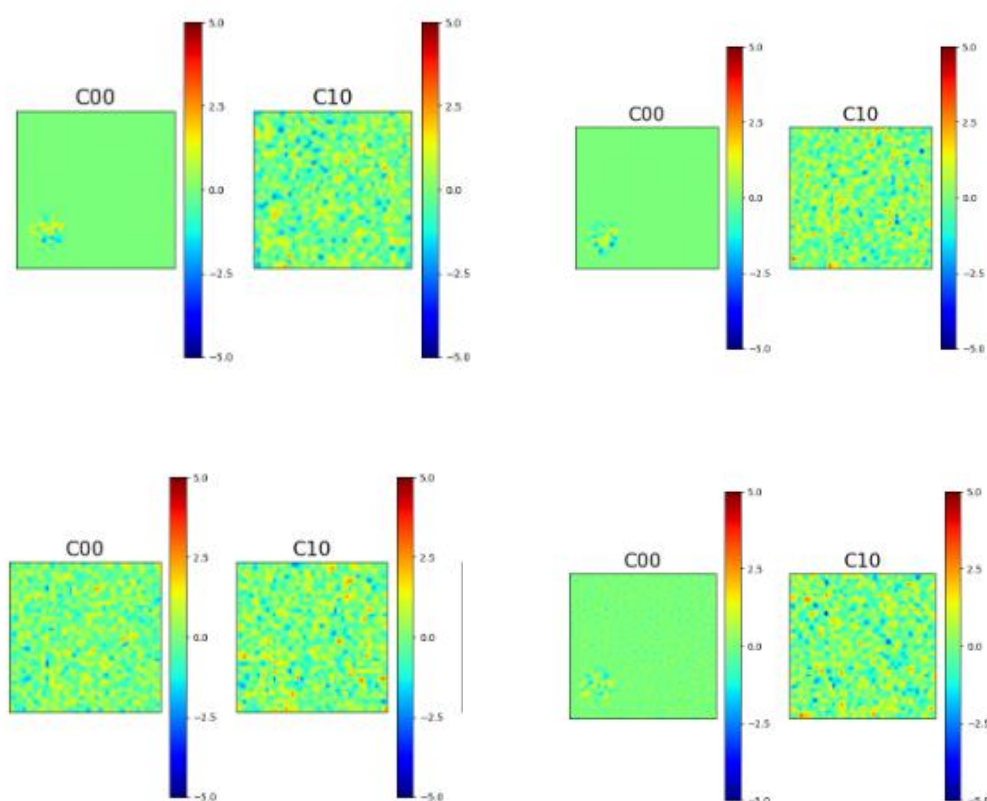
右上：每一步以当前半径重新计算 distance function 并归一化到 $[-1, 1]$

左下： 每一步以当前零水平集为 mask，使用目标物体边界的 distance function

右下： 每一步以当前零水平集为 mask，使用目标物体边界的 distance function 并归一化到 $[-1, 1]$

可以清楚地看到，归一化/不归一化的图像右边的标尺跨度相差很多。

输入到 PDE-net 中提取模型参数如下：



左上：每一步以当前半径重新计算 distance function 不进行归一化

右上：每一步以当前半径重新计算 distance function 并归一化到 $[-1, 1]$

左下： 每一步以当前零水平集为 mask，使用目标物体边界的 distance function

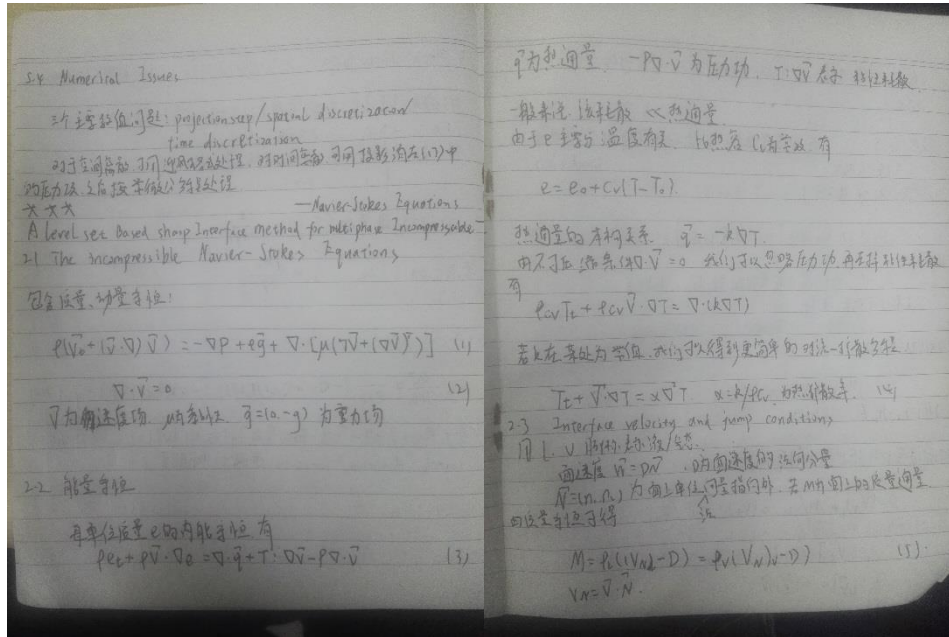
右下： 每一步以当前零水平集为 mask，使用目标物体边界的 distance function 并归一化到 $[-1, 1]$

观察得到，以上 4 种参数，只有左下情况在 PDE-net 中学习不到圆形特征，同时预测时会发生发散现象。剩余情况数值上较为稳定，但是存在预测模型不进行扩张的问题。

此外，对蔡老师布置的文章

Frederic et al. "A Level Set Based Sharp Interface Method for the Multiphase Incompressible Navier-Stokes Equations with Phase Change"

进行阅读。笔记如下：



\mathbf{q} 为热通量, $-p \nabla \cdot \mathbf{V}$ 为压力功, $\mathbf{T} \cdot \nabla \mathbf{V}$ 为粘性耗散

一般来讲, 粘性耗散 << 热通量

由于 ρ 为常数, 温度有变, 比热容 c_p 有变, 有

$$c_p = c_{p0} + c_v(T - T_0)$$

热通量的本构关系: $\mathbf{q} = -k \nabla T$

由于不可压缩流体 $\nabla \cdot \mathbf{V} = 0$, 我们可以忽略压力功, 再得到热平衡

$$\rho c_v T_t + \rho c_v \mathbf{V} \cdot \nabla T = \nabla \cdot (k \nabla T)$$

若 k 在某处为零值, 我们取得到更简单的形式: 一般散度型

$$T_t + \mathbf{V} \cdot \nabla T = \alpha \nabla^2 T \quad \alpha = k / \rho c_v \text{ 为热扩散率} \quad (4)$$

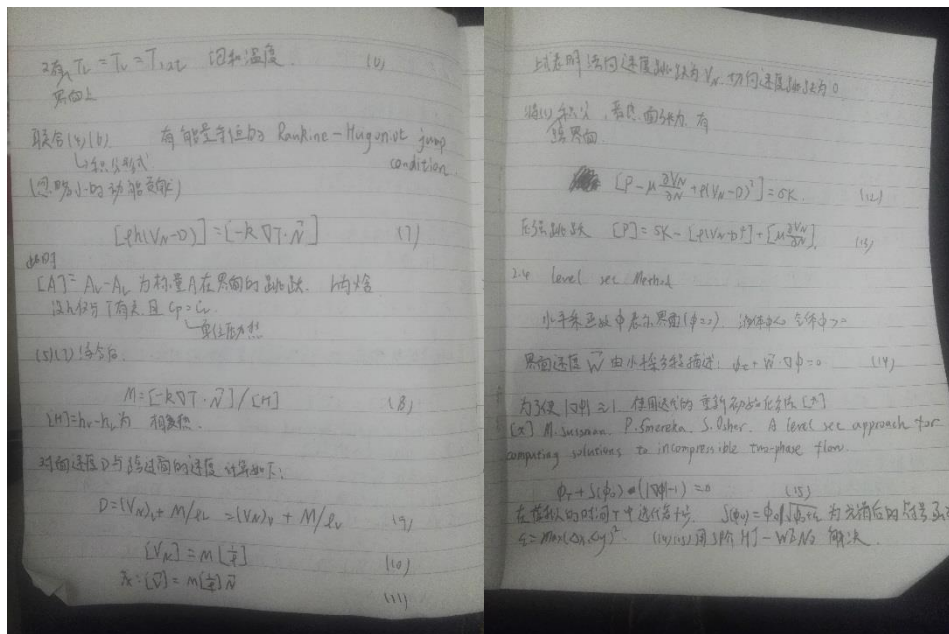
2.3 Interface velocity and jump conditions

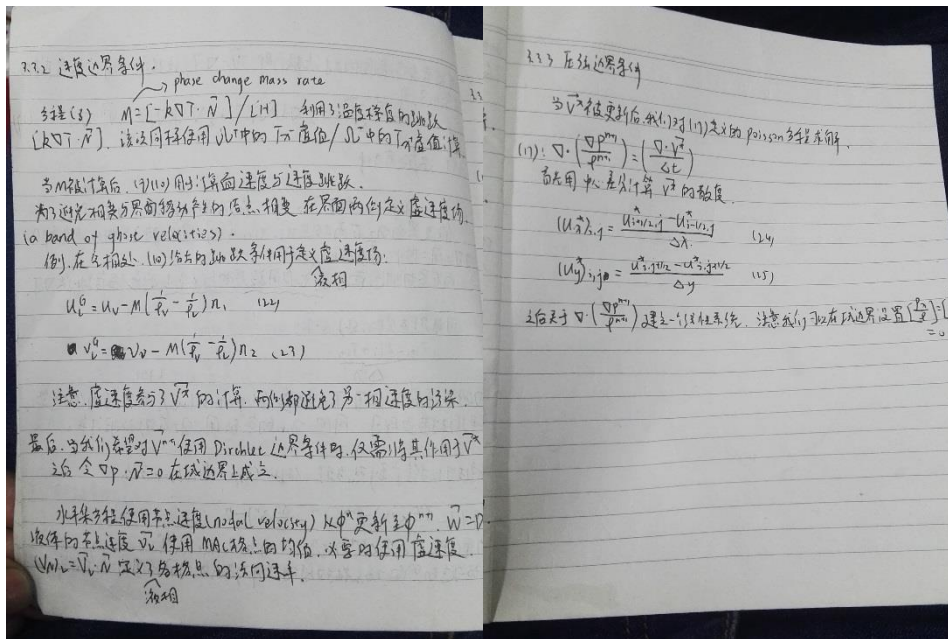
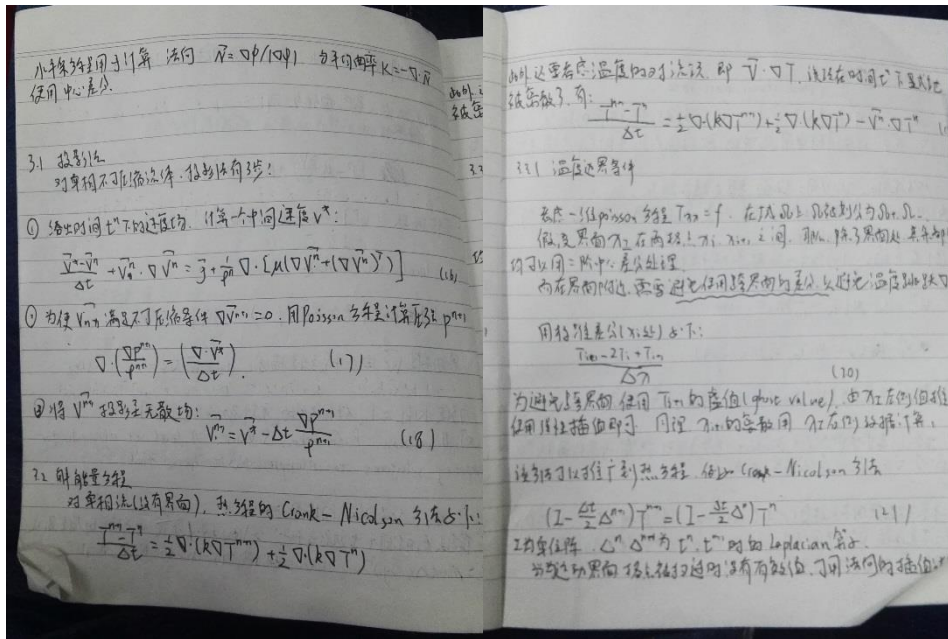
1) L, V 的初始速度/位置

面速度 $\mathbf{W} = D\mathbf{V}$, D 为面速度的法向分量

$\mathbf{N} = (n_1, n_2)$ 为向上单位法向量, 若 M 为面上的质量通量

由质量守恒可得

$$M = \rho_L(V_{N0} - D) = \rho_V(V_{N0} - D) \quad (5)$$
$$V_N = \mathbf{V} \cdot \mathbf{N}$$




经过以上学习，收获如下：

1. 二相不可压缩流体 Navier-Stokes 问题方程如下：

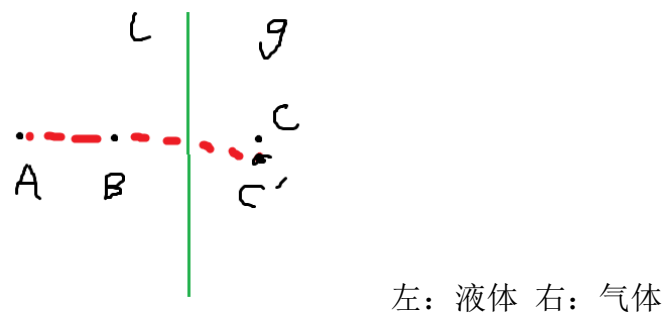
$$\rho(\mathbf{V}_t + (\mathbf{V} \cdot \nabla)\mathbf{V}) = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \nabla \cdot [\mu(\nabla \mathbf{V} + (\nabla \mathbf{V})^T)]$$

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0$$

第一行为 Navier-Stokes 运动方程，第二行为不可压缩条件。

2.在两相界面问题中，主要要解决的是跨界面问题。比如 Poission 方程，一般使用中心差分即可近似求解，但若差分的左、右格点 x_- 、 x_+ 横跨界面 I ，那么无论速度、压强还是温度都会由于界面两端值不同而发生跳跃，数值方法出现不稳定。

一种解决方法是使用虚值法(ghost value)，例如界面左、右分为液体、气体两相，在计算界面左侧贴近界面的值时，不使用右端气相的节点值，而是将左端液相值进行线性插值来代替。



如图，本来计算 x_{i-} （界面左边）需要格点 B、C 点的值，但是由于 C 是气相，使用点 A、B 线性插值到 C 处得到 C' ，作为 C 的虚值，避免跨界面计算。

3. 下周工作计划

调整 signed distance function 的大小，对流体与水平集关系继续研究。

附表：工作整理

任务类型	任务内容	截止日期	当前进度
工作	PDE-net 与 level set 的结合		蔡老师提出新方法：使用偏微分方程网络 PDE-net 对 level set 进行改进。

			现在正在对网络 参数进行修改。
--	--	--	--------------------

本周工作时长：8 小时*7 = 56 小时。